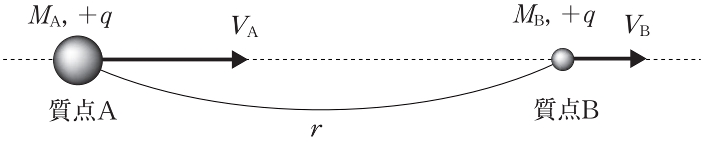
第38講　総合演習5

1

互いに等しい正電荷 $+q$ を持つ２つの質点の，水平な一直線上での運動を考える。はじめ２つの質点は限りなく離れており，質量 M_A の質点Aが，初速度 V_0 で，静止した質量 M_B（$M_A > M_B$）の質点Bに，その左側から近づいてくる。２つの質点が限りなく離れた状態での位置エネルギーを０とし，クーロンの法則の比例定数を k として以下の問に答えよ。ただし，速度は右向きを正の方向とし，２つの質点に働く万有引力は無視する。

(1)　２つの質点が限りなく離れている，はじめの状態での全エネルギーと全運動量を求めよ。

(2)　図のように，２つの質点間の距離が r まで近づいたとき，質点A，Bの速度はそれぞれ V_A および V_B であり，$V_A > V_B > 0$ であった。そのときに成り立つエネルギー保存則と運動量保存則を書け。



(3)　２つの質点間の距離が最小となったときの，質点Aの速度 V_A' と質点Bの速度 V_B' をそれぞれ求めよ。

(4)　２つの質点間の距離は，最小になった後，時間とともに増加していった。時間が十分に経過して２つの質点が限りなく離れたときの，質点Aの速度 $V_{\infty A}$ と質点Bの速度 $V_{\infty B}$ をそれぞれ求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

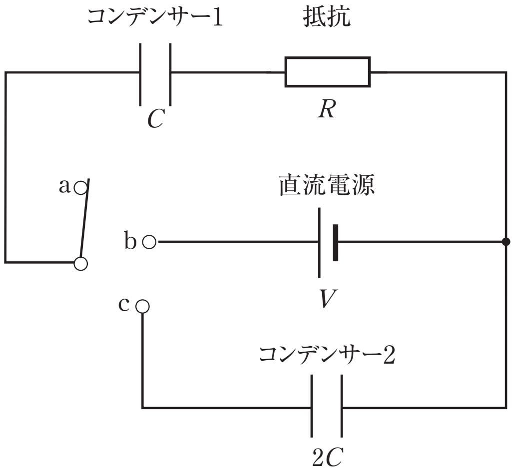
以下の空欄［　　］に適切な式または数値を書き入れなさい。

図のように，内部抵抗の無視できる直流電源と2つのコンデンサー，および抵抗が接続された回路がある。コンデンサー1と2の電気容量はそれぞれ C [F] と $2C$ [F]，抵抗の抵抗値は R [Ω]，直流電源の起電力は V [V] である。スイッチははじめ端子aに接続されており，いずれのコンデンサーの電荷も0 [C] であった。

スイッチを端子bに接続した。その直後のコンデンサー1の電荷は［ア］[C] であるので，抵抗に流れる電流は［イ］[A] である。また，十分時間がたった後に，抵抗に流れる電流は［ウ］[A] であり，コンデンサー1の電荷は［エ］[C]，コンデンサー1に蓄えられた静電エネルギーは［オ］[J] である。

次に，スイッチを端子cに接続した。十分時間がたったとき，コンデンサー1と2の両端の電位差はどちらも［カ］[V] となっており，このときのコンデンサー1の電荷は［キ］[C]，コンデンサー2の電荷 $Q_2^{(1)}$ は［ク］[C] である。このとき，コンデンサー1と2のもつ静電エネルギーの総和は［ケ］[J] であることから，スイッチを端子cにつなげた後に抵抗 R で発生したジュール熱は［コ］[J] であることがわかる。

さらに，スイッチを端子bと端子cに交互に接続した。スイッチを切り替える間隔は十分長くとった。スイッチを n 回目に端子cに接続した後，十分時間がたったときのコンデンサー2の電荷 $Q_2^{(n)}$ [C] を $Q_2^{(n-1)}$ [C] を使って表すと，$Q_2^{(n)}=$［サ］となる。スイッチをさらに何度も繰り返し切り替えるとやがてコンデンサー2の電荷は変化しなくなった。このときの電荷 $Q_2^{(\infty)}$ は［シ］[C] である。



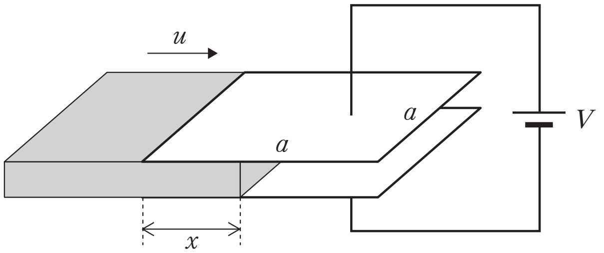
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

一辺の長さがaの正方形の極板を使った電気容量Cの平行板コンデンサーがある。電圧Vの電池に接続されている極板間には，同形で同じ厚さの比誘電率が4である誘電体が挿入できるようになっている。極板間隔はaに比べて十分小さいものとする。

1．極板が電池につながれた状態で極板間の電位差をVに保ったまま，十分ゆっくりと速さuで誘電体を挿入する過程を考える。図のように，xだけ挿入したときのコンデンサーの電気容量は〔　1　〕と表される。誘電体をさらにΔxだけ挿入したときのコンデンサーの電気容量の変化分は〔　2　〕×〔　3　〕となるので,極板上の電荷の変化量は〔　4　〕×〔　5　〕と表される。したがって,Δxだけ挿入する過程で回路を流れる電流は〔　6　〕×〔　7　〕となることがわかる。また，この過程で，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは〔　8　〕×〔　9　〕だけ変化する。このエネルギー変化分は電池が電荷を運ぶ仕事〔　10　〕×〔　11　〕と，誘電体を挿入するために外から加えられた力Fがする仕事$F\times\Delta x$の合計に等しい。このことから外から加えられた力Fの大きさは〔　12　〕×〔　13　〕で，向きが〔　14　〕方向であることがわかる。



2．次に誘電体を完全に挿入して十分長い時間がたった後に電池を外し，誘電体をゆっくりと完全に引き抜く。このとき，引き抜いた後の極板間の電位差は〔　15　〕となり，誘電体を引き抜く前後で，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーの変化量は〔　16　〕となる。

〔　1　〕の選択肢

a）$\dfrac{x+a}{a}C$　b）$\dfrac{2x+a}{a}C$　c）$\dfrac{3x+a}{a}C$　d）$\dfrac{4x+a}{a}C$

e）$\dfrac{4a+x}{4a}C$　f）$\dfrac{4a-x}{4a}C$　g）$\dfrac{4a+3x}{4a}C$　h）$\dfrac{4a-3x}{4a}C$

i）$\dfrac{a}{x+a}C$　j）$\dfrac{a}{2x+a}C$　k）$\dfrac{a}{3x+a}C$　l）$\dfrac{a}{4x+a}C$

m）$\dfrac{4a}{4a-x}C$　n）$\dfrac{4a}{4a-2x}C$　o）$\dfrac{4a}{4a-3x}C$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〔 2 〕,〔 4 〕,〔 6 〕,〔 8 〕,〔 10 〕,〔 12 〕,〔 15 〕,〔 16 〕の選択肢

a) $\dfrac{C}{2}$　b) C　c) $\dfrac{3C}{2}$　d) $3C$

e) $4C$　f) $6C$　g) $\dfrac{V}{2}$　h) V

i) $2V$　j) $3V$　k) $4V$　l) $6V$

m) $\dfrac{CV}{2}$　n) CV　o) $\dfrac{3CV}{2}$　p) $3CV$

q) $4CV$　r) $6CV$　s) $\dfrac{CV^2}{2}$　t) CV^2

u) $\dfrac{3CV^2}{2}$　v) $3CV^2$　w) $4CV^2$　x) $6CV^2$

〔 3 〕,〔 5 〕,〔 7 〕,〔 9 〕,〔 11 〕,〔 13 〕の選択肢

a) $\dfrac{1}{a}$　b) Δx　c) x　d) a

e) $\dfrac{\Delta x}{a}$　f) $\dfrac{x}{a}$　g) u　h) $\dfrac{u}{a}$

〔 14 〕の選択肢

a) コンデンサーから引き抜く　b) コンデンサーに挿入する

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第38講　確認テスト

図1のような，電圧が120Vと70Vの直流電源V_1とV_2，抵抗値が200 Ω，50 Ωおよび40 Ωの抵抗R_1，R_2，R_3，そして3個のスイッチS_1，S_2，S_3からなる回路がある。

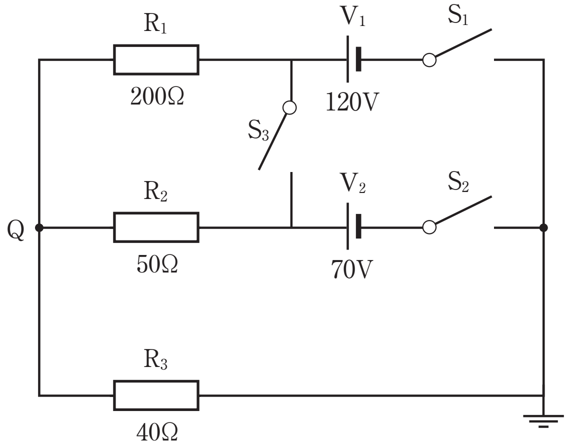


図1

1．スイッチS_1とS_3を閉じて，S_2を開いている場合，抵抗R_1を流れる電流は〔　1　〕Aであり，抵抗R_2を流れる電流は〔　2　〕Aとなる。また点Qの電位は〔　3　〕Vであり，抵抗R_1で発生するジュール熱は，毎秒〔　4　〕Jとなる。

2．スイッチS_1とS_2を閉じて，S_3を開いている場合，抵抗R_1を流れる電流は〔　5　〕Aであり，抵抗R_2を流れる電流は〔　6　〕Aとなる。また点Qの電位は〔　7　〕Vであり，抵抗R_3で発生するジュール熱は，毎秒〔　8　〕Jとなる。

次に，図2のように，スイッチS_3を容量が0.006μFのコンデンサーCと抵抗に取りかえた。

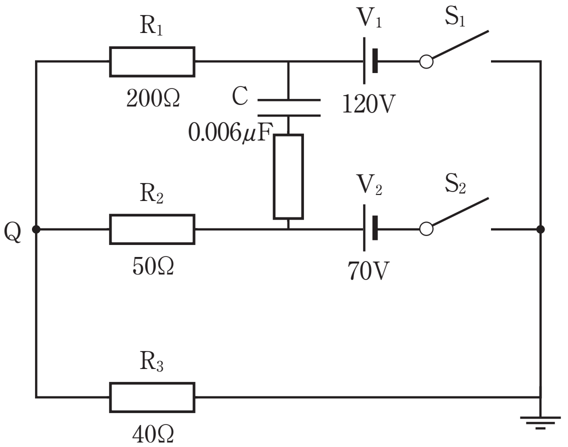


図2

3．スイッチS_1を閉じて，S_2を開いている場合，コンデンサーに蓄えられる電気量は〔　9　〕$\times 10^{-6}$ C であり，蓄えられるエネルギーは〔　10　〕$\times 10^{-6}$ J となる。

4．スイッチS_1とS_2を閉じている場合は，コンデンサーに蓄えられる電気量は〔　11　〕$\times 10^{-6}$ C であり，蓄えられるエネルギーは〔　12　〕$\times 10^{-6}$ J となる。

〔　1　〕～〔　12　〕の選択肢

a）0.1	b）0.2	c）0.3	d）0.4
e）0.6	f）0.8	g）1.0	h）1.2
i）2.0	j）5.0	k）7.5	l）10.0
m）15.0	n）18.0	o）20.0	p）30.0
q）40.0	r）50.0	s）60.0	t）80.0

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第38講　解答

1

(1) 全エネルギー $\frac{1}{2}M_A V_0{}^2$　　全運動量 $M_A V_0$

(2) エネルギー保存則 $\frac{1}{2}M_A V_0{}^2 = \frac{1}{2}M_A V_A{}^2 + \frac{1}{2}M_B V_B{}^2 + \frac{kq^2}{r}$

運動量保存則 $M_A V_0 = M_A V_A + M_B V_B$

(3) $V_A' = V_B' = \frac{M_A}{M_A + M_B} V_0$

(4) $V_{\infty A} = \frac{M_A - M_B}{M_A + M_B} V_0$,　$V_{\infty B} = \frac{2M_A}{M_A + M_B} V_0$

2

(ア) 0　(イ) $\frac{V}{R}$　(ウ) 0

(エ) CV　(オ) $\frac{1}{2}CV^2$　(カ) $\frac{1}{3}V$

(キ) $\frac{1}{3}CV$　(ク) $\frac{2}{3}CV$　(ケ) $\frac{1}{6}CV^2$

(コ) $\frac{1}{3}CV^2$　(サ) $\frac{2}{3}Q_2{}^{(n-1)} + \frac{2}{3}CV$　(シ) $2CV$

3

1. 〔1〕 c）　〔2〕 d）　〔3〕 e）　〔4〕 p）
〔5〕 e）　〔6〕 p）　〔7〕 h）　〔8〕 u）
〔9〕 e）　〔10〕 v）　〔11〕 e）　〔12〕 u）
〔13〕 a）　〔14〕 a）
2. 〔15〕 k）　〔16〕 x）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 38 講　確認テスト

【解答】

1	c	2	h	3	s	4	n	5	d	6	e
7	q	8	q	9	e	10	p	11	c	12	k

【解説】

１．図１のように電流 I_1, I_2 をとる。キルヒホッフの第２法則より，

$$\begin{cases} 200I_1 = 50I_2 \\ 120 = 200I_1 + 40(I_1 + I_2) \end{cases}$$

２式より

$I_1 = \mathbf{0.3}$［A］_1　，　$I_2 = \mathbf{1.2}$［A］_2

Q の電位は

$R_3(I_1 + I_2) = \mathbf{60}$［V］_3

R_1 のジュール熱は

$I_1{}^2 R_1 = \mathbf{18}$［J］_4

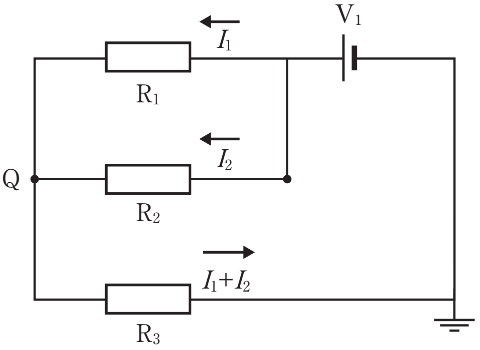


図１

２．図２のように，電流 I_1, I_2 をとる。キルヒホッフの第２法則より

$$\begin{cases} 120 = 200I_1 + 40(I_1 + I_2) \\ 120 - 200I_1 = 70 - 50I_2 \end{cases}$$

２式より

$I_1 = \mathbf{0.4}$［A］_5　，　$I_2 = \mathbf{0.6}$［A］_6

Q の電位は

$R_3(I_1 + I_2) = \mathbf{40}$［V］_7

R_3 のジュール熱は

$R_3(I_1 + I_2)^2 = \mathbf{40}$［J］_8

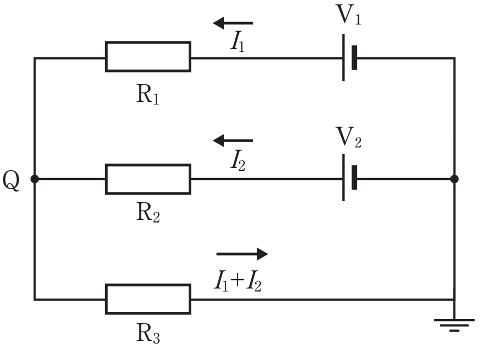


図２

３．十分に時間がたつと，C と R_2 に電流は流れない。R_1 と R_3 には $\dfrac{120}{200+40} = 0.5$［A］の電流が流れるので，$R_1$ の電圧は $200 \times 0.5 = 100$［V］。C の電圧も 100［V］だから，

電気量は　$C \times 100 = \mathbf{0.6} \times 10^{-6}$［C］_9

エネルギーは　$\dfrac{1}{2}C \cdot 100^2 = \mathbf{30} \times 10^{-6}$［J］_10

４．C の電圧は　120－70＝50［V］となるので

電気量は　$C \times 50 = \mathbf{0.3} \times 10^{-6}$［C］_11

エネルギーは　$\dfrac{1}{2}C \cdot 50^2 = \mathbf{7.5} \times 10^{-6}$［J］_12

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。